PRÁCTICA 03

Determinación de la constante elástica de un muelle

OBJETIVOS DE LA PRÁCTICA

1. Comprender la ley de Hooke
2. Determinar la constante elástica de un muelle empleando un procedimiento estático y un procedimiento dinámico.
3. Descubrir la ley para el periodo del oscilador a partir de series de experimentos.
4. Efectuar tratamientos gráficos de los datos.

MATERIAL

- Un muelle
- Un soporte para muelles
- Masas de distinta magnitud
- Regla
- Cronómetro

SECUENCIA DE ACTIVIDADES

⇒ Determinación estática de la constante elástica del muelle

A.1.1. Determinación experimental de la constante elástica del muelle. Para determinar la constante elástica deberás recoger datos sobre los distintos estiramientos (ε) que le ocasionan al muelle una serie de masas colgadas en él. Copia en tu cuaderno de laboratorio la siguiente tabla y complétala con los resultados que obtengas.

m	*ε*	*F(peso)*

A.1.2. Análisis de los datos. Haz una gráfica donde representes la fuerza que se aplica sobre el muelle (en este caso es el peso de las masas: mg estiramiento del muelle frente a) frente al estiramiento que esa fuerza le, provoca al muelle. Dibuja la recta que se ajusta a la nube de puntos y determina su pendiente gráficamente.

A.1.3. Obtención de la constante. Escribe la ecuación experimental para la fuerza elástica y compara con la ley de Hooke para obtener finalmente el valor de k.

⇒ Determinación dinámica de la constante elástica de un muelle.

A.1.4. Variables que influyen en el problema. Formula hipótesis sobre las variables que influirán en el periodo de oscilación del muelle con una masa colgada.

A.1.5. Determinación experimental de la ley del periodo del oscilador. Para determinar la constante elástica deberás recoger datos sobre los periodos (T) que le ocasionan al muelle una serie de masas colgadas en él. Copia en tu cuaderno de laboratorio la siguiente tabla y complétala con los resultados que obtengas.

m	*T*

A.1.6. Linealización. ¿Cómo linealizaríamos el comportamiento anterior?

A.1.7. Obtención de la constante y la contribución de la masa del muelle. Obtén a partir de la gráfica anterior la constante elástica del muelle y la contribución de la masa del muelle.

ANEXO. Obtención de la constante y de la contribución de la masa del muelle.

Supongamos un muelle real de masa m en el que oscila una masa M. Puesto que el muelle tiene su propia masa, la masa total que oscila es superior a *M*. Ahora bien, no todos los elementos de masa del muelle oscilan como lo hace *M* o el punto extremo del muelle; por ejemplo, el punto de suspensión no oscila en absoluto. Cada elemento de masa del muelle tiene su propia oscilación. De este modo, tendremos una fórmula para el periodo del movimiento:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M'}{K}} \qquad (5)$$

donde M' = M + Δm y donde M es la masa que cuelga del muelle y Δm la contribución del muelle que supone una cierta fracción de su masa. Sustituyendo la expresión para M' en la ecuación (5) llegamos a:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M+\Delta m}{K}} \qquad (6)$$

Vamos a "linealizar" la expresión para tratar de ajustar los datos experimentales a una recta:

$$T^2 = 4\pi^2\frac{M+\Delta m}{k} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{k}M + \frac{4\pi^2}{k}\Delta m \qquad (7)$$

Si representásemos gráficamente los datos obtenidos para T^2 frente a M encontraríamos una nube de puntos que se debería ajustar a una recta ya que la expresión (7) es una función afín pues tiene la forma:

$$y = a\,x + b \qquad (8)$$

donde a sería la pendiente de la recta y b la ordenada en el origen.

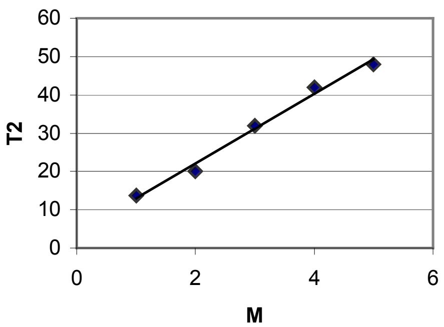
Podríamos determinar gráficamente la pendiente y la ordenada en el origen e identificando términos determinaríamos los valores de k y de Δm, de acuerdo con el siguiente desarrollo:

$$\left.\begin{array}{l} T^2 = \dfrac{4\pi^2}{k}M + \dfrac{4\pi^2}{k}\Delta m \\ \\ y = ax + b \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a = \dfrac{4\pi^2}{k} \quad \Rightarrow \quad k = \dfrac{4\pi^2}{a} \\ \\ b = \dfrac{4\pi^2}{k}\Delta m \end{array}\right\} \Rightarrow b = \dfrac{4\pi^2}{\dfrac{4\pi^2}{a}}\Delta m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad b = a\Delta m \quad \Rightarrow \quad \Delta m = \frac{b}{a} \quad \Rightarrow \quad \left\{\begin{array}{l} k = \dfrac{4\pi^2}{a} \\ \\ \Delta m = \dfrac{b}{a} \end{array}\right. \qquad (9)$$

En un caso concreto y si tuviésemos la siguiente serie de datos podríamos hacer el gráfico y trazar la recta de ajuste:

M	$\mathbf{T^2}$
1	13,7
2	20
3	32
4	42
5	48



Ahora determinamos gráficamente la ordenada en el origen y la pendiente y aplicando las fórmula para una función lineal (8), encontramos la expresión para la función y(x) o, en nuestro caso $T^2(M)$:

$$\left.\begin{array}{l} a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{48{,}3 - 21}{5 - 2} = 9{,}1 \\ b = 3{,}8 \\ y = ax + b \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \boxed{y = 9{,}1x + 3{,}8} \quad \text{ó} \quad \boxed{T^2 = 9{,}1M + 3{,}8}$$

Identificando términos con la ecuación teórica, llegaríamos a los valores de k y Δm:

$$\left.\begin{array}{l} T^2 = \dfrac{4\pi^2}{k}M + \dfrac{4\pi^2}{k}\Delta m \\ \\ y = ax + b \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a = \dfrac{4\pi^2}{k} \quad \Rightarrow \quad k = \dfrac{4\pi^2}{a} \\ \\ b = \dfrac{4\pi^2}{k}\Delta m \end{array}\right\} \Rightarrow \quad b = \dfrac{4\pi^2}{\dfrac{4\pi^2}{a}}\Delta m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad b = a\Delta m \quad \Rightarrow \quad \Delta m = \frac{b}{a} \quad \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} k = \dfrac{4\pi^2}{a} \\ \\ \Delta m = \dfrac{b}{a} \end{array}\right. \\ \\ a = 9{,}1 \\ \\ b = 3{,}8 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} k = \dfrac{4\pi^2}{a} = \dfrac{4\pi^2}{9{,}1} = 4{,}3\dfrac{N}{m} \\ \\ \Delta m = \dfrac{3{,}8}{4{,}3} = 0{,}9kg \end{array}\right.$$

La contribución de la masa del muelle Δm suele expresarse como cierta fracción de la masa total del muelle:

$$\Delta m = f\ m \qquad \text{con } 0 < f < 1$$

o bien en tanto por ciento.

Si por ejemplo en nuestro caso la masa del muelle fuese 3 kg, la fracción que contribuye al movimiento de oscilación es:

$\Delta m = fm \Rightarrow f = \dfrac{\Delta m}{m} = \dfrac{0{,}9}{3} = 0{,}3$ o bien el 30% de la masa total del muelle